



POSTGRADUALE FERNSTUDIENGÄNGE
SCIENCE & ENGINEERING



STUDIENBRIEF AM02_02 ➤ PSYCHOLOGIE KINDLICHER LERN- UND ENTWICKLUNGSAUFFÄLLIGKEITEN

DYSKALKULIE: GRUNDLAGEN – DIAGNOSE – PRÄVENTION – BEHANDLUNG

AUTORIN ➤
PROF. DR. KARIN LANDERL

 TECHNISCHE UNIVERSITÄT
KAISERSLAUTERN

DISTANCE AND INDEPENDENT
STUDIES CENTER 

Leseprobe

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere das Recht der Vervielfältigung und Verbreitung sowie der Übersetzung und des Nachdrucks, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf außerhalb der im Urheberrecht geregelten Erlaubnisse in irgendeiner Form (Druck, Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) ohne schriftliche Genehmigung der Technischen Universität Kaiserslautern reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Titelbild: Julia A. Heinrich

3. Auflage 2017

Inhaltsverzeichnis

Glossar	v
Über die Autorin	ix
Literaturverzeichnis	xi
1	Dyskalkulie – die vernachlässigte Lernstörung
	1
2	Grundlagen der Zahlenverarbeitung
	3
2.1	Das Triple–Code–Modell
	3
2.2	Der mentale Zahlenstrahl und experimentelle Effekte der Zahlenverarbeitung
	5
2.2.1	Der Distanzeffekt.....
	5
2.2.2	Der Problemgrößeneffekt
	6
2.2.3	Der SNARC–Effekt.....
	6
2.2.4	Der Kompatibilitätseffekt für zweistellige Zahlen
	7
2.2.5	Der Größenkongruenzeffekt
	7
2.3	Übungsaufgaben
	8
3	Allgemeine Entwicklung der Zahlenverarbeitung und der Rechenleistungen
	9
3.1	Präverbales Verständnis von Numerositäten bei Babys
	9
3.2	Die Entwicklung des Zählens
	11
3.3	Transkodieren und Zahlensyntax
	13
3.4	Die Entwicklung des mentalen Zahlenstrahls und der experimentellen Effekte der Zahlenverarbeitung
	14
3.5	Erwerb der arithmetischen Kompetenzen
	16
3.6	Fingerrechnen
	17
3.7	Der Übergang vom zählenden Rechnen zum Abruf von arithmetischen Fakten.....
	18
3.8	Auswahl der besten Rechenstrategie
	19
3.9	Modelle der Entwicklung der Rechenleistung
	20
3.9.1	Ein Vier–Stufen–Entwicklungsmodell der Zahlenverarbeitung (von Aster, Kucian, Schweiter & Martin, 2005)
	20
3.9.2	Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen (Krajewski, 2008)
	22
3.9.3	Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung (Ricken, Fritz & Balzer, 2013)
	23
3.10	Übungsaufgaben
	27
4	Dyskalkulie
	29
4.1	Definition.....
	29

4.2	Epidemiologie	31
4.2.1	Prävalenz und Geschlechterverhältnis	31
4.2.2	Komorbiditäten mit anderen Störungen	31
4.3	Prognose	32
4.4	Neurobiologische Befunde	33
4.5	Typische Symptomatik	34
4.5.1	Frühe Defizite in den Zählfunktionen	34
4.5.2	Defizite im Zugriff auf die analoge Mengenrepräsentation	35
4.5.3	Defizite im Transkodieren und im Umgang mit mehrstelligen Zahlen	36
4.5.4	Defizite im numerischen Faktenwissen	37
4.5.5	Defizite im prozeduralen und im Faktenwissen können dissoziieren ...	38
4.6	Kognitive Defizite bei Dyskalkulie	40
4.6.1	Defizite in der kognitiven Repräsentation von Numerositäten	40
4.6.2	Phonologische Defizite	42
4.6.3	Defizite im Langzeitgedächtnis	43
4.6.4	Defizite im verbalen Arbeitsgedächtnis	45
4.6.5	Defizite in den exekutiven Funktionen	46
4.6.6	Defizite in der visuell-räumlichen Verarbeitung	48
4.6.7	Defizite in der motorischen Verarbeitung	49
4.7	Die Frage der Subtypen	50
4.7.1	Fünf Subtypen nach Wilson und Dehaene (2007)	51
4.7.2	Drei Subtypen nach von Aster (2000)	53
4.7.3	Drei Subtypen nach Geary (1993)	54
4.7.4	Zwei Subtypen nach Rourke (1989; 1993)	55
4.8	Übungsaufgaben	56
5	Diagnostik	57
5.1	Allgemeine Grundlagen der Dyskalkulie-Diagnostik	57
5.2	Verfahren zur frühen Identifikation von Risikofaktoren	58
5.2.1	Würzburger Vorschultest – WVT	58
5.3	Schulleistungstests	59
5.3.1	Deutsche Mathematiktests – DEMAT	59
5.3.2	Eggenberger Rechentests – ERT	61
5.3.3	Heidelberger Rechentest – HRT 1–4	62
5.3.4	Basisdiagnostik Mathematik für die Klassen 4 – 8 – BASIS-MATH 4 – 8	63
5.3.5	Diagnostisches Inventar zu Rechenfertigkeiten im Grundschulalter – DIRG	64
5.3.6	Kettenrechner für dritte und vierte Klassen – KR 3–4	65
5.4	Tests, die auf neuropsychologischen Theorien der Zahlenverarbeitung und des Rechnens basieren	65
5.4.1	ZAREKI-R und ZAREKI-K	65
5.4.2	TEDI-MATH	67
5.4.3	Die Bamberger Dyskalkuliediagnostik – BADYS 1–4+ (R) und BADYS 5–8+	69

5.4.4	Rechenfertigkeiten- und Zahlenverarbeitungsdiagnostikum für die 2. bis 6. Klasse – RZD 2 – 6	71
5.5	Kritische Bewertung der derzeit vorliegenden Verfahren	72
5.6	Übungsaufgaben	73
6	Instruktion, Förderung und Intervention	75
6.1	Überlegungen zur Mathematikdidaktik	75
6.1.1	Instruktionsmethoden	75
6.1.2	Anschauungshilfen	77
6.1.3	Pragmatische Aspekte der Mathematikdidaktik und Dyskalkulie-Intervention.....	79
6.2	Frühförderprogramme	81
6.2.1	Mengen, zählen, Zahlen (Krajewski, Nieding & Schneider, 2007)	81
6.2.2	Spielend Mathe (Quaiser-Pohl, Meyer & Köhler, 2008).....	83
6.2.3	Förderprogramm zur Entwicklung des Zahlbegriffs – FEZ (Peucker & Weißhaupt, 2008).....	84
6.2.4	Entdeckungen im Zahlenland (Preiß, 2005).....	85
6.2.5	Komm mit ins Zahlenland (Friedrich & de Galgóczy, 2004)	85
6.3	Förderung und Intervention bei Dyskalkulie.....	86
6.3.1	Allgemeine Überlegungen zur Interventionsplanung.....	86
6.3.2	Differentielle Interventionseffekte	87
6.3.3	Dyskalkulie-Interventionsprogramme	89
6.3.3.1	Meister Cody – Talasia.....	90
6.3.3.2	Dybuster Calcularis	91
6.3.3.3	Zahlenrennen (Wilson, Revkin, Cohen, Cohen & Dehaene, 2006)	92
6.3.3.4	Rechenspiele mit Elfe und Mathis I und II (Lenhard & Lenhard, 2010).....	93
6.3.3.5	Mathematik- und Rechenkonzepte – MARKO	94
6.3.3.6	Kalkulie (Gerlach, Fritz, Ricken & Schmidt, 2007).....	95
6.3.3.7	Dortmunder Zahlbegriffstraining – ZBT (Moog & Schulz, 2005).....	96
	Lösungen zu den Übungsaufgaben.....	99
	Lösungen zu den Übungsaufgaben von Kapitel 2	99
	Lösungen zu den Übungsaufgaben von Kapitel 3	102
	Lösungen zu den Übungsaufgaben von Kapitel 4	104
	Lösungen zu den Übungsaufgaben von Kapitel 5	106
Index	108

Leseprobe

Glossar

Analoge Größenrepräsentation: Modellvorstellung, die besagt, dass die kognitive Repräsentation von Zahlen analog ist. Dabei sind die Zahlen wie auf einem Lineal von links nach rechts – linear – angeordnet (siehe auch „mentaler Zahlenstrahl“). Diese Vorstellung bietet eine Erklärung für den Distanzeffekt beim Zahlenvergleich. Die analoge Größenrepräsentation ist die Grundlage von approximativen Rechenprozessen (z. B. Schätzen, Größenvergleich, rasches Erfassen kleiner Objektmengen).

Anschauungshilfen: Lernmaterialien zur konkreten Darstellung von Mengen und Zahlengrößen. Anschauungshilfen können strukturiert oder unstrukturiert sein: strukturiert = regelhafte Abbildung des zehnerbasierten Stellenwertsystems, unstrukturiert = keine regelhafte Abbildung des Stellenwertsystems.

Arbeitsgedächtnis – Arbeitsgedächtnismodell: Ermöglicht das kurzfristige Behalten und Manipulieren von Informationen. Das von Baddeley (1986; 2000) formulierte populäre Arbeitsgedächtnismodell postuliert drei Komponenten. Die sogenannte zentrale Exekutive ist das supervisorische Aufmerksamkeitssystem, das die Funktionen von zwei „Sklavensystemen“ steuert und überwacht, die die Verarbeitung visueller und verbal-phonologischer Informationen unterstützen.

Arithmetische Fakten: Einfache Additionen, Subtraktionen und Multiplikationen mit einstelligen Operanden (1 – 9), die von geübten Rechnern direkt aus dem Langzeitgedächtnis abgerufen werden und keine willentlichen Rechenprozesse mehr erfordern.

Arithmetische Prozeduren: Wissen um die chronologisch korrekte Abfolge von Lösungsschritten bei komplexen mehrstufigen Rechnungen.

Direktives Lernen: Vorgabe von strukturiertem Wissen: forciert passives Lernen (d. h., lässt wenig bis keinen Spielraum für selbstbestimmtes Lernen).

Distanzeffekt: Reaktionszeiteffekt beim Vergleich von Zahlen oder Mengen. Der Distanzeffekt besteht in einer negativen Korrelation zwischen der numerischen Distanz zweier Zahlengrößen und der Bearbeitungsgeschwindigkeit: Zahlen mit großer numerischer Distanz (z. B. 2 vs. 6) können leichter und damit schneller verglichen werden als Zahlen mit kleiner numerischer Distanz (z. B. 2 vs. 3).

Eins-zu-eins-Zuordnung: Gehört zu den Zählprinzipien und besagt, dass beim Zählen jedem Zahlwort genau ein Objekt zugeordnet werden muss.

evidenzbasiert: anhand wissenschaftlich kontrollierter empirischer Studien überprüft.

Exekutive Funktionen: Sammelbegriff für höhere kognitive Prozesse (wie z. B. Handlungsplanung, Arbeitsgedächtnis, Inhibition, kognitive Flexibilität), die primär von präfrontalen Hirnstrukturen gesteuert werden.

Fingeragnosie: Mangelnde oder fehlende sensorische und motorische Wahrnehmung der Finger. Vor allem bei geschlossenen Augen haben die betroffenen Personen Schwierigkeiten, die eigenen Finger zu differenzieren oder Berührungen zu lokalisieren.

Größenkongruenzeffekt: Bei der physischen Zahlenvergleichsaufgabe wird die Schriftgröße zweier einstelliger Zahlen verglichen. Die Bearbeitung ist leichter (schneller und genauer), wenn die Zahlenpaare hinsichtlich der physischen und numerischen Größe kompatibel oder neutral sind, als wenn sie inkompatibel sind. Diese Interferenz der aufgabenirrelevanten Zahlengröße gilt als Evidenz für deren automatische Aktivierung.

Inhibition: Zurückhalten einer vorherrschenden Antwort- oder Reaktionstendenz. Inhibitionsleistungen zählen zu den höheren kognitiven Funktionen, die relativ spät reifen und von präfrontalen Hirnregionen gesteuert werden.

Kardinalität: Die Mächtigkeit bzw. Numerosität einer Menge oder Zahl.

Kognition – kognitive Prozesse: Sammelbegriff für Denkprozesse und Denkmechanismen.

Komorbidität: Überzufällig häufiges, gemeinsames Auftreten mehrerer, potenziell voneinander unabhängiger Störungen oder Symptome.

Kompatibilitätseffekt: Reaktionszeiteffekt beim Vergleich zweistelliger Zahlen, der als Evidenz für die separate Verarbeitung der Einer- und Zehnerstellen interpretiert wird. Kompatible Zahlenpaare (z. B. 58 vs. 32), bei denen sowohl der Vergleich der Einer- als auch der Zehnerstelle zum gleichen Entscheidungsprozess führt, können schneller und genauer bezüglich ihrer numerischen Größe verglichen werden als inkompatible Zahlenpaare (z. B. 85 vs. 37), bei denen der Größenvergleich der Einer- und Zehnerstellen in unterschiedliche Richtungen geht.

Konstruktivistisch – konstruktivistisches Lernen: Konstruktivistischen Lerntheorien zufolge ist Lernen ein aktiver Prozess, bei dem Wissen konstruiert wird (indem an bereits bestehendes Wissen angeknüpft wird).

Konzeptuelles Wissen: Synonym für arithmetisches Verständnis. Verständnis der den Rechenoperationen zugrunde liegenden Rechenprozesse und Lösungsalgorithmen.

Lineare Zahlenrepräsentation: Modellvorstellung, die besagt, dass die subjektiv empfundenen Abstände zwischen den Zahlen auf dem mentalen Zahlenstrahl unabhängig sind von der Zahlengröße. Mit anderen Worten: Bei einer linearen Zah-

lenrepräsentation ist der subjektiv empfundene Abstand zwischen 3 und 5 gleich groß wie der Abstand zwischen 93 und 95.

Logarithmische Zahlenrepräsentation: Modellvorstellung, die besagt, dass der subjektiv empfundene Abstand zwischen den Zahlen auf dem mentalen Zahlenstrahl mit zunehmender Zahlengröße abnimmt. Mit anderen Worten: Bei einer logarithmischen Zahlenrepräsentation scheinen die numerischen Abstände zwischen kleinen Zahlengrößen (z. B. 3 vs. 5) größer zu sein als die Abstände zwischen großen Zahlengrößen (z. B. 93 vs. 95).

Mengenbegriff: Wissen um die Numerosität bzw. Mächtigkeit einer Menge oder Zahl.

Mentaler Zahlenstrahl: Metapher der kognitiven Repräsentation von Zahlengrößen. Der mentale Zahlenstrahl ist räumlich von links nach rechts orientiert: Kleine Zahlengrößen sind links am Zahlenstrahl positioniert und große Zahlengrößen rechts (siehe „analoge Größenrepräsentation“).

Numerosität: Anzahl der in einem Set befindlichen Objekte. Reflektiert die Mächtigkeit einer Menge oder Zahl (auch Zahlensemantik genannt).

Operandenfehler: Rechenfehler, bei dem das inkorrekte Ergebnis die Lösung einer Rechnung aus derselben Multiplikationsreihe mit einem falschen Operanden ist (z. B.: $4 \times 5 = 25$).

Ordinalität – Ordinalzahlen: Anordnung von Zahlen und Mengen gemäß ihrer Numerosität bzw. Mächtigkeit. Ordinalzahlen geben die Position einer Zahl in einer Zahlenfolge an.

Problemgrößeneffekt: Die Bearbeitung größerer Zahlen erfordert mehr kognitive Kapazität (längere Reaktionszeiten und eventuell höhere Fehlerrate). Auch Rechnungen mit größeren Operanden (z. B. 8×9) sind generell schwieriger als solche mit kleineren Operanden (z. B. 2×3).

Response to Intervention (RTI): Schulische Förderansätze, welche auf regelmäßigen Screenings, frühzeitiger Intervention, systematischer Überprüfung von Leistungsfortschritten und evidenzbasierter Intervention auf mehreren Ebenen mit steigender Intensität basieren.

SNARC-Effekt: Abkürzung für „Spatial Numerical Association of Response Code“ (räumlich-numerische Assoziation des Antwortcodes). Reaktionszeiteffekt, der bei der Paritätsbeurteilung (gerade / ungerade) von Zahlen zutage tritt: Bei der Bearbeitung kleiner Zahlengrößen (die links am mentalen Zahlenstrahl lokalisiert sind) sind Reaktionszeiten der linken Hand schneller, und bei großen Zahlengrößen (die rechts am mentalen Zahlenstrahl lokalisiert sind) sind Reaktionszeiten der rechten Hand schneller. Der SNARC-Effekt wird als Evidenz für die räumliche Orientierung des mentalen Zahlenstrahls interpretiert.

Stellenwertsystem: Synonym für dekadisches Positionssystem (bzw. Platz x Wert – System). Das Zahlensystem der arabischen Zahlen ist durch ein Basis-10-System charakterisiert.

Subitizing: Rasches visuelles Erfassen kleiner Objektmengen bis zu maximal 4 Objekten.

Transkodieren: Umwandlung von einem Zahlenformat bzw. einem Zahlencode (z. B. geschriebene arabische Zahl „3“) in ein anderes Zahlenformat (z. B. gehörtes oder gesprochenes Zahlwort „drei“). Transkodieren kann semantisch (unter Zugriff auf die Numerosität / Mächtigkeit) oder asemantisch (ohne diesen Zugriff) erfolgen.

Zahlengröße: Die mit einer Zahl oder Menge verbundene Numerosität bzw. Mächtigkeit.

Zahlengrößenrepräsentation: Mentale Repräsentation der Numerosität bzw. Mächtigkeit einer Menge oder Zahl.

Zahlensemantik: Die numerische Größe oder Mächtigkeit einer Menge oder Zahl (auch Numerosität genannt).

Zentrale Exekutive: Eine zentrale Komponente des von Baddeley (1986; 2000) postulierten Arbeitsgedächtnismodells (siehe dort). Die zentrale Exekutive steuert die Funktionen der beiden modalitätsspezifischen Modellkomponenten, die für die Verarbeitung von visueller und verbal-phonologischer Information zuständig sind.

Über die Autorin

Univ. Prof. Dr. rer. nat. Mag. phil. Karin Landerl, geb. 1967, Studium der Psychologie und angewandten Sprachwissenschaft an der Universität Salzburg, Psychologie Diplom 1991, Promotion 1996, Habilitation 2003.

Von 1992 bis 2006 Univ. Ass. bzw. Univ. Doz. in der Arbeitsgruppe Kognition und Entwicklung des Fachbereichs Psychologie der Universität Salzburg.

Von 2006 bis 2010 Professorin für Entwicklungspsychologie an der Universität Tübingen.

Seit 2010 Professorin für Entwicklungspsychologie an der Universität Graz.

Von 1996 bis 2003 Leitung des Universitätslehrgangs „LRS–Therapie“ an der Universität Salzburg, seit 2008 Mitglied des wissenschaftlichen Beirats des deutschen Bundesverbandes für Legasthenie und Dyskalkulie e. V. Seit 2014 wissenschaftliche Leitung des berufsbegleitenden Masterlehrgangs „Therapie von Lernstörungen“ am Uni for Life der Universität Graz.

Zahlreiche wissenschaftliche und anwendungsorientierte Veröffentlichungen zu den Themen typische und atypische Entwicklung des Lesens, Rechtschreibens und Rechnens sowie zu neurokognitiven Grundlagen der Dyslexie und Dyskalkulie.

Leseprobe

Literaturverzeichnis

- Alarcon, M. & DeFries, J. C. (1997). A twin study of mathematics disability. *Journal of Learning Disabilities*, 30, 617–623.
- Ansari, D., Donlan, C., Thomas, M. S., Ewing, S. A., Peen, T. & Karmiloff-Smith, A. (2003). What makes counting count? Verbal and visuo-spatial contributions to typical and atypical number development. *Journal of Experimental Child Psychology*, 85, 50–62.
- Ansari, D. & Karmiloff-Smith, A. (2002). Atypical trajectories of number development. *Trends in Cognitive Sciences*, 6, 511–516.
- Antell, S. E. & Keating, D. P. (1983). Perception of Numerical Invariance in Neonates. *Child Development*, 54, 695.
- Baddeley, A. D. (1986). *Working memory*. Oxford: Clarendon.
- Baddeley, A. D. (2000). The episodic buffer: A new component in working memory? *Trends in Cognitive Sciences*, 4, 417–423.
- Badian, N. A. (1983). Arithmetic and nonverbal learning. In H. R. Myklebust (Hrsg.), *Progress in learning disabilities*. Vol. 5. (S. 235–264). New York: Grune and Stratton.
- Barbaresi, W. J., Katusic, S. K., Colligan, R. C., Weaver, A. L & Jacobsen, S. J. (2005). Math learning disorder: Incidence in a population-based birth cohort, 1976–82, Rochester, Minn. *Ambulatory Pediatrics*, 5, 281–289.
- Barnes, M. A., Smith-Chant, B. & Laundry, S. H. (2005). Number processing in neurodevelopmental disorders: Spina bifida myelomeningocele. In J. I. D. Campbell (Hrsg.), *Handbook of mathematical cognition* (S. 299–314). New York, NY: Psychology Press.
- Baroody, A. J. (1987). The development for counting strategies for single-digit addition. *Journal of Research in Mathematics Education*, 18, 141–157.
- Baroody, A. J. (2003). The development of adaptive expertise and flexibility: The integration of conceptual and procedural knowledge. In A. J. Baroody & A. Dowker (Hrsg.), *The development of arithmetic concepts and skills. Constructing adaptive expertise* (S. 1–34). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Bijeljac-Babic, R., Bertoncini, J. & Mehler, J. (1993). How do four-day-old infants categorize multisyllabic utterances? *Developmental Psychology*, 29, 711–721.
- Brannon, E. M. (2002). The development of ordinal numerical knowledge in infancy. *Cognition*, 83, 223–240.

Leseprobe

1 Dyskalkulie – die vernachlässigte Lernstörung

Während andere Lernstörungen wie Dyslexie und ADHS bereits seit vielen Jahren im Fokus von Forschung und Förderpraxis stehen, erwachte erst in letzter Zeit auch ein verstärktes Interesse an der Dyskalkulie, also einer spezifischen Störung in der Entwicklung der Rechenleistung. Die Ursache für diese vergleichsweise geringe Beschäftigung mit Rechenstörungen ist unklar. Sie liegt keinesfalls darin, dass Probleme im Rechnen seltener wären als Defizite im Schriftspracherwerb oder in den Aufmerksamkeitsfunktionen – das belegen aktuelle Prävalenzstudien sehr deutlich. Aber gerade in den letzten Jahren verändert sich die Situation auch deutlich. Lehrerinnen und Lehrern fallen im Unterricht Kinder auf, die trotz guter allgemeiner Begabung im Umgang mit Zahlen und Mengen und mit den einfachsten Rechenleistungen massive Probleme haben. Gleichzeitig hat auch die Kognitions- und neurowissenschaftliche Forschung zur Zahlenverarbeitung und zum Rechnen aktuell eine ganze Reihe von spannenden Befunden und Erkenntnissen hervorgebracht, die in diesem Studienbrief dargestellt werden sollen.

Das nachfolgende Kapitel gibt einen kurzen Einblick in die umfangreichen Befunde zur neuro-kognitiven Verarbeitung von Zahlen und Rechnen bei Erwachsenen. Insbesondere wird das derzeit am besten untersuchte „Triple-Code-Modell“ der Zahlenverarbeitung dargestellt sowie eine Reihe von experimentellen Effekten, die uns Aufschluss darüber geben, wie wir Zahlen verstehen und mental repräsentieren. Es wird also das Ziel des kindlichen Entwicklungsprozesses dargestellt. Diese Erkenntnisse sind ein wesentlicher Hintergrund für das Verständnis sowohl der typischen Entwicklung als auch der Auffälligkeiten der atypischen Entwicklung, die in einer Dyskalkulie mündet.

Im dritten Kapitel werden die Entwicklungsaufgaben und Entwicklungsverläufe für die zentralen Komponenten der Zahlenverarbeitung und Rechenleistungen dargestellt. Es soll ein Verständnis für die Probleme, mit denen Kinder beim Rechnenlernen typischerweise konfrontiert sind, erarbeitet werden. Während wir noch vor wenigen Jahren dachten, dass Kinder in ihrer allgemeinen kognitiven Entwicklung bereits relativ weit fortgeschritten sein müssen, bevor sie mit etwa 6 bis 7 Jahren in der Lage seien, numerische Konzepte zu erfassen, zeigen moderne Forschungsdesigns sehr deutlich auf, dass bereits Babys für die Anzahlen von Objekten aufmerksam sind und diese basale Kompetenz vermutlich auch die Grundlage für alle weiteren Entwicklungsprozesse im Verständnis für Zahlen und späteres Rechnen darstellt.

Im vierten Kapitel geht es dann konkret um die Lernstörung der Dyskalkulie: Ausgehend von einer kritischen Beleuchtung aktueller Definitionsversuche, werden Erkenntnisse zur Epidemiologie, Prognose und den neurobiologischen Grundlagen dieser Entwicklungsstörung dargestellt. Besonders ausführlich wird auf typische Symptome im Entwicklungsverlauf eingegangen, sodass Studierende an-

schließlich in der Lage sein sollten, diese Auffälligkeiten an Kindern, mit denen sie arbeiten, zu erkennen.

Auch die Befundlage zu vermuteten Verursachungsfaktoren wird detailliert diskutiert. Hierbei ist die Einsicht zentral, dass sogenannte umschriebene Lernstörungen wie die Dyskalkulie offenbar weniger umschrieben sind, als lange vermutet wurde. Kinder zeigen komplexe Leistungsprofile, und im Einzelfall wird es oft nicht möglich sein, die Kausalfaktoren für den konkreten Entwicklungsverlauf dingfest zu machen. Hier sind Erkenntnisse aus wissenschaftlichen Studien vonnöten, die Aufschluss geben können, welche dieser Auffälligkeiten mit der Entwicklung der Rechenleistungen in direktem kausalem Zusammenhang stehen. Insbesondere die abschließende Diskussion über mögliche Subtypen soll verdeutlichen, dass es sich bei Dyskalkulie um eine multifaktorielle Störung handelt, die sich auf sehr unterschiedliche Art und Weise manifestieren kann.

Im fünften Kapitel sollen Studierende einen Überblick über die derzeit vorliegenden diagnostischen Verfahren erhalten. In diesem Bereich zeigen sich besonders erfreuliche Entwicklungen: Noch vor Kurzem fehlten geeignete standardisierte Verfahren weitgehend, doch in den letzten Jahren erschien eine ganze Reihe von Tests, die sowohl eine objektive Abklärung des schulischen Leistungsstandes ermöglichen als auch eine differenzierte Diagnose der Teilkomponenten der Zahlenverarbeitung und des Rechnens.

Das sechste und letzte Kapitel ist dem wichtigen Thema der Intervention gewidmet. Im Unterschied zur Dyslexie liegen für Dyskalkulie bisher bedauerlicherweise kaum umfassende Interventionsprogramme vor. Auch die wissenschaftliche Evaluation der Effizienz unterschiedlicher Förderansätze steckt derzeit noch in den Kinderschuhen. Dennoch sollen Studierenden allgemeine Prinzipien der Mathematikdidaktik und der Dyskalkulie-Förderung nahegebracht werden, die in der alltäglichen Arbeit mit rechenschwachen Kindern zu berücksichtigen sind. Interessante Entwicklungen zeigen sich aktuell insbesondere im Bereich der Frühförderung im Vorschulalter. Es wird eine Reihe von Programmen vorgestellt, die auf die Prävention von Dyskalkulie abzielen. Exemplarisch sollen auch die ersten derzeit erhältlichen Programme zur Arbeit mit dyskalkulischen Kindern dargestellt werden. Eine Erweiterung dieses Programmkanons ist ohne Zweifel wünschenswert.

Insgesamt sollen Studierende sich mit dem aktuellen Erkenntnisstand über die Grundlagen der typischen und atypischen Entwicklung der Rechenleistungen vertraut machen. Dieses Wissen stellt eine gute und sichere Ausgangsbasis für die alltägliche Arbeit mit Kindern (und Erwachsenen) mit Dyskalkulie dar.

2 Grundlagen der Zahlenverarbeitung

2.1 Das Triple-Code-Modell

Zahlen und Numerositäten begegnen uns in verschiedenen Formaten. Wenn wir drei Äpfel sehen, dann nehmen wir die „Dreiheit“, also die **numerische Größe** oder **Mächtigkeit** dieser Menge, automatisch wahr. Diese Dreiheit kann mit dem Zahlwort „drei“ benannt werden, sodass dieses Zahlwort als Symbol für die Dreiheit der Äpfel verwendet wird. Die zweite gängige Repräsentationsform, die wir ständig zur Darstellung von Numerositäten benutzen, sind arabische Ziffern und Zahlen, in unserem Fall also „3“. Als kompetente Erwachsene haben wir diese unterschiedlichen Zahlenformate gleichzeitig verfügbar und können schnell und automatisch auf sie zugreifen und zwischen ihnen wechseln. Mit neurowissenschaftlichen Methoden lässt sich zeigen, dass diese Zahlenformate in unterschiedlichen Gehirnarealen verarbeitet werden und im Falle eines Schädel-Hirn-Traumas auch selektiv beeinträchtigt sein können. Diesen Befunden trägt das in Abbildung 1 dargestellte „Triple-Code“-Modell von Dehaene (1999) Rechnung. In diesem Modell sind die drei genannten Zahlenformate als „Codes“ dargestellt.

**Numerische
Größe /
Mächtigkeit**

1) **Visuell-arabische Zahlenform:** Um mit Zahlen zu arbeiten, müssen zunächst einmal die Ziffern von 0 – 9 als bedeutungshaltige Symbole erkannt werden. Wenn ein Kind die arabischen Ziffern nicht erkennt, wird es natürlich auch Rechnungen mit diesen Ziffern nicht ausführen können. Neuroanatomisch wird die Lokalisation der visuellen Zahlenform im Gyrus fusiformis (Brodmann Areal 19/37) in beiden Gehirnhälften angenommen.

**Visuell-arabische
Zahlenform**

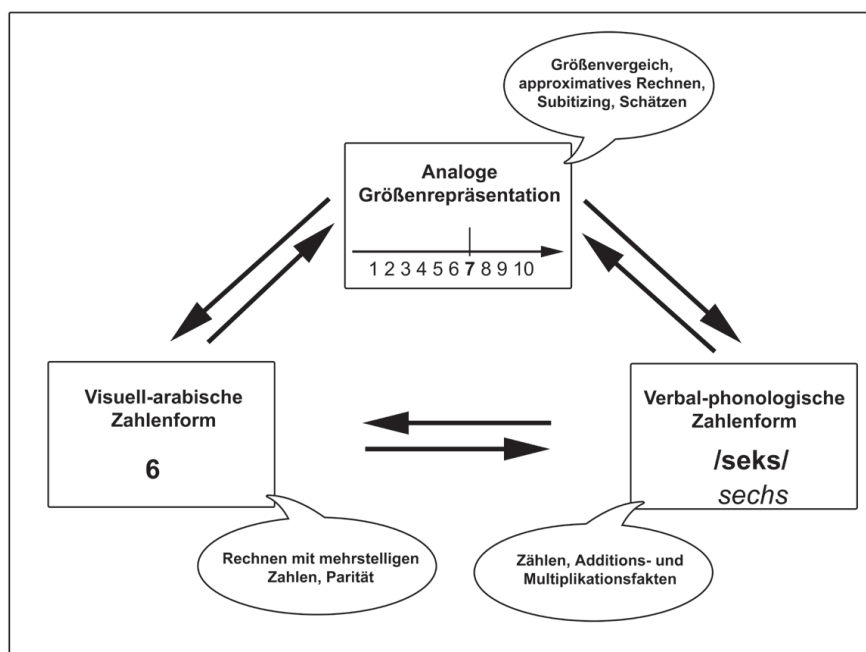


Abbildung 1.1:
Triple-Code-
Modell

Analoge Größen- repräsentation

2) **Analoge Größenrepräsentation:** Hier ist die eigentliche **Zahlensemantik** repräsentiert, also das Wissen um die numerische Größe bzw. Mächtigkeit einer Menge oder Zahl. Wenn wir Zahlen oder Mengen sehen, aktivieren wir automatisch eine Repräsentation ihrer semantischen Größe. Wir wissen, dass die Zahl 9 größer ist als die Zahl 5. Diese semantische Größenrepräsentation ist nonverbal. Das lässt sich an Befunden von erwachsenen Patienten gut illustrieren: Nach einer linkshemisphärischen Schädigung sind Patienten oft nicht mehr in der Lage, auch nur einzelne Ziffern zu benennen; sie würden also auf die präsentierte Zahl „5“ zum Beispiel „vier“ antworten. Bei mehrstelligen Zahlen wie 567 346 bricht der Benennungsvorgang oft ganz zusammen. Dennoch können diese Patienten nonverbal ohne größere Schwierigkeiten entscheiden, ob „623 456“ größer ist als „567 346“, wenn sie gebeten werden, lediglich auf die größere Zahl zu zeigen (ohne sie zu benennen). Die analoge Größenrepräsentation ist bilateral im parietalen Cortex, nach neueren Ergebnissen präziser um das horizontale Segment des intraparietalen Sulcus (IPS), repräsentiert. Da beide Gehirnhälften numerische Größen verarbeiten können, kann bei einer Schädigung einer Hemisphäre (z. B. der linken) die andere Hemisphäre die Größenverarbeitung einigermaßen kompensieren.

Verbal- phonologische Zahlenform

3) **Verbal-phonologische Zahlenform:** Zahlwörter (z. B. „fünf“) können visuell (geschrieben) oder auditiv (gesprochen) dargeboten werden. In der kindlichen Entwicklung erfolgt der erste Zugang zu Zahlen über diese auditiv-verbale Repräsentation: Kinder zählen meist bereits im Vorschulalter, bevor sie die Bedeutung von mehrstelligen arabischen Ziffern erlernen. Diese verbale Repräsentation von Zahlen ist neuroanatomisch um die sylvische Furche in der linken Hirnhälfte lokalisiert. Eine besondere Unterform der verbal-phonologischen Zahlenform stellt nach Dehaene (1999) das Wissen um **Multiplikationsfakten** (z. B. $3 \times 7 = 21$) dar. Dem liegt die Beobachtung zugrunde, dass erwachsene Patienten, die Schwierigkeiten haben, Zahlen zu benennen, auch häufig Schwierigkeiten haben, Multiplikationsfakten aus dem kleinen Einmaleins abzurufen. Diese Multiplikationsfakten sind also eng mit der verbalen Repräsentation von Zahlen verknüpft. Die Speicherung von (Multiplikations-)Fakten ist neurofunktional im linken Gyrus angularis lokalisiert.

Das Triple-Code-Modell sieht keine separate Komponente für Rechenleistungen an sich vor. Vielmehr werden Leistungen der Zahlenverarbeitung und des Rechnens der Komponente zugeordnet, auf deren Repräsentationsform sie basieren. Zählen sowie arithmetisches Faktenwissen (Addition und Multiplikation) sind vorwiegend verbale Leistungen und daher der verbal-phonologischen Zahlenform zugeordnet. Schriftliches Rechnen mit mehrstelligen Zahlen erfordert den kompetenten Umgang mit arabischen Zahlen und ist somit der visuell-arabischen Zahlenform zugeordnet.

Die analoge Größenrepräsentation ist die Grundlage von approximativen Rechenprozessen, wie Schätzen, Größenvergleich oder dem Subitizing (ein spezieller Zählmechanismus im kleinen Zahlenraum).

2.2 Der mentale Zahlenstrahl und experimentelle Effekte der Zahlenverarbeitung

Das Konstrukt des mentalen Zahlenstrahls besagt, dass in unserer Vorstellung die Zahlen auf einem Kontinuum von links nach rechts linear repräsentiert sind (Dehaene, 1992; 1999). Die Vorstellung der mentalen Zahlenstrahls basiert auf einer Reihe von experimentellen Effekten der Zahlenverarbeitung, die im Folgenden dargestellt werden:

2.2.1 Der Distanzeffekt

Dieser Effekt basiert auf der Aufgabe des Zahlen- oder Mengengrößenvergleichs, bei dem aus zwei gleichzeitig präsentierten Zahlen oder Mengen die numerisch größere auszuwählen ist. Werden zwei arabische Zahlen (2 und 8) oder Zahlwörter („zwei“ und „acht“) miteinander verglichen, so spricht man vom **symbolischen Mengengrößenvergleich**, weil die beiden Mengen durch Symbole (arabische oder verbale Zahlen) dargestellt werden. Der Vergleich von zwei Punktmen- gen (oder anderen Objektmengen) wird als **non-symbolischer Mengengrößenvergleich** bezeichnet.

Symbolischer und non-symbolischer Mengengrößenvergleich

Allen Mengengrößenvergleichsaufgaben ist gemeinsam, dass die Antwortgenauigkeit steigt und insbesondere die Antwortzeit sinkt, je größer die numerische Distanz zwischen den beiden Mengen ist (Moyer & Landauer, 1967). Messbar sind diese Unterschiede allerdings nur bei computerisierter Durchführung der Aufgaben, weil sie oft nur in Sekundenbruchteilen bestehen. Bei entsprechender Messgenauigkeit ist dieser Distanzeffekt sehr robust.

Für den Vergleich von non-symbolischen (z. B. Punkt-)Mengen ist die Erklärung für diesen Effekt naheliegend: Ohne vorherigen Zählprozess 8 Punkte von 2 Punkten zu unterscheiden, ist einfacher, als 8 von 7 Punkten zu unterscheiden. Diese schwierigere Differenzierungsleistung ist etwas fehleranfälliger und beansprucht vor allem messbar mehr Zeit. Besonders aufschlussreich ist die Tatsache, dass dieser Effekt auch für den symbolischen Mengengrößenvergleich zu beobachten ist, wenn die zu vergleichenden Mengen in Form von arabischen Ziffern oder Zahlwörtern dargestellt sind. Dieser Befund macht deutlich, dass wir auch dann, wenn wir Zahlensymbole verarbeiten, auf eine analoge Mengenrepräsentation zugreifen. Ein allgemein etablierter Erklärungsansatz für den Distanzeffekt ist, dass relativ zu weiter entfernten Zahlen die internen semantischen Größenrepräsentationen von benachbarten Zahlen auf dem Zahlenstrahl eher überlappen und somit beim Abruf miteinander in Konkurrenz treten (interferieren) (Henik & Tzelgov, 1982).

2.2.2 Der Problemgrößeneffekt

Problemgrößeneffekt

Die Verarbeitung höherer Numerositäten / Zahlen erfordert mehr kognitive Kapazität als die niedriger, d. h., sie ist ungenauer und damit fehleranfälliger und nimmt mehr Zeit in Anspruch. Subjektiv erscheint uns beispielsweise der Abstand zwischen den Zahlen 3 und 8 größer als jener zwischen 53 und 58, obwohl die tatsächliche numerische Differenz bei beiden Zahlenpaaren ident ist. Daraus leitet sich die Vorstellung ab, dass die Zahlen am mentalen Zahlenstrahl **logarithmisch komprimiert** sind, dass also in unserer Vorstellung der Abstand zwischen zwei Zahlen mit zunehmender Zahlengröße kleiner wird (Dehaene, Dupoux & Mehler, 1990).

Der Problemgrößeneffekt wird auch bei Speicherung und Abruf numerischer Fakten (z. B. Einmaleins) deutlich: Multiplikationsfakten mit numerisch kleineren Ergebnissen (z. B. 3×4) sind besser abrufbar (und offenbar sicherer gespeichert) als solche mit größeren Ergebnissen (z. B. 7×8).

2.2.3 Der SNARC-Effekt

SNARC-Effekt

SNARC steht für „Spatial Numerical Association of Response Code“. Die Probanden müssen per Tastendruck am Computerkeyboard so schnell wie möglich entscheiden, ob (meist einstellige) arabische Zahlen gerade oder ungerade sind (Paritätsentscheidung). Die numerische Größe der präsentierten Zahl ist nicht relevant. Wichtig ist, dass in der Mitte des Experiments die Zuordnung der rechten bzw. linken Hand zu „gerade“ und „ungerade“ gewechselt wird: Wenn für die erste Hälfte der Items die rechte Reaktionszeittaste für „gerade“ betätigt wird, so wird in der zweiten Hälfte dieser Hand die Antwort „ungerade“ zugeordnet (bzw. umgekehrt). Als SNARC-Effekt bezeichnet man das typische Antwortmuster bei dieser Aufgabe, dass numerisch kleine Zahlen schneller mit der linken Hand und numerisch große Zahlen schneller mit der rechten Hand beantwortet werden (Dehaene, Bossini & Giroux, 1993; Gevers, Lammertyn, Notebaert, Verguts & Fias, 2006; Nuerk, Wood & Willmes, 2005).

Die Erklärung für den SNARC-Effekt basiert ebenfalls auf der Vorstellung des mentalen Zahlenstrahls: Kleine Zahlen sind auf diesem eher links angeordnet, sodass die räumlich nähere linke Hand hier schneller reagieren kann, während sich große Zahlen räumlich auf dem Zahlenstrahl näher an der rechten Hand befinden. Die Stärke des SNARC-Effekts nimmt mit dem Alter linear zu. Außerdem zeigen Männer und Rechtshänder tendenziell stärkere Effekte als Frauen und Linkshänder (Wood, Willmes, Nuerk & Fischer, 2008). Bisher gibt es nur wenige Befunde, inwiefern dieser Effekt von der Leserichtung abhängt. Zebian (2005) konnte allerdings zeigen, dass der SNARC-Effekt bei Lesern der arabischen Schrift, welche von rechts nach links geschrieben wird, tatsächlich in umgekehrter Richtung verlief. Insgesamt ist der SNARC-Effekt deutlich weniger robust als der

Distanzeffekt, d. h., er wird nicht von allen Probanden gezeigt und konnte nicht in allen Studien repliziert werden.

2.2.4 Der Kompatibilitätseffekt für zweistellige Zahlen

Dehaene et al. (1990) postulieren, dass mehrstellige Zahlen als numerische Einheit, also holistisch verarbeitet werden. Allerdings weisen aktuelle empirische Befunde darauf hin, dass die einzelnen Ziffern in mehrstelligen Zahlen separat verarbeitet werden. Beim Größenvergleich zweistelliger Zahlen können dann schnellere Antworten gegeben werden, wenn sowohl die Einer- als auch Zehnerstellen zum gleichen Entscheidungsprozess führen. Beim Zahlenpaar 58 – 32 ist sowohl der Einer (8 vs. 5) als auch der Zehner (5 vs. 3) der linken Zahl 58 numerisch größer, die Größenvergleiche für die beiden Stellen sind also miteinander **kompatibel**. Beim Zahlenpaar 85 vs. 37 geht die Größenentscheidung der Einer und Zehner in unterschiedliche Richtungen (Zehner: $8 > 3$; Einer: $5 < 7$) und sind somit **inkompatibel**. Bei gleicher numerischer Distanz ist bei Inkompatibilität der numerischen Größen der Zehner- und Einerstelle die durchschnittliche Bearbeitungszeit wesentlich langsamer und die Fehlerrate höher als bei kompatiblen (Nuerk, Weger & Willmes, 2001).

Kompatibilitäts-
effekt

Der Kompatibilitätseffekt für zweistellige Zahlen konnte sowohl für deutsch- als auch für englischsprachige Personen belegt werden, ist also unabhängig von der Zehner-Einer-Inversion im Deutschen (bei der verbalen Zahlform wird im Deutschen erst der Einer genannt, obwohl in der arabischen Zahl zuerst der Zehner steht). Zudem tritt er sowohl bei arabischen Zahlen als auch bei Zahlwörtern auf und ist also unabhängig vom Zahlenformat (Nuerk & Willmes, 2005).

2.2.5 Der Größenkongruenzeffekt

Die Aktivierung und Verarbeitung von Zahlen ist bei Erwachsenen hoch automatisiert und kaum zu unterdrücken. Der numerische Wert einer Zahl wird selbst dann aktiviert, wenn er für die Lösung einer Aufgabe irrelevant oder sogar hinderlich ist. Ein experimentelles Paradigma, das diese automatische Aktivierung belegt, ist der physische Zahlenvergleich: Hier soll die Schriftgröße von zwei Ziffern beurteilt und die physisch größere per Tastendruck ausgewählt werden, der irrelevante numerische Wert soll ignoriert werden. Die Entscheidung ist schwieriger (längere Reaktionszeiten und höhere Fehleranzahl), wenn die beiden präsentierten Ziffern hinsichtlich ihrer numerischen und physischen Größe **inkongruent** sind (6 3). Die Entscheidungsfindung ist demgegenüber leichter (schnellere Bearbeitungszeiten und geringere Fehleranzahl), wenn die zu vergleichenden Zahlenpaare hinsichtlich ihrer numerischen und physischen Größe **kongruent** sind (6 3) oder wenn die beiden Zahlen hinsichtlich ihres numerischen Wertes neutral sind (3 3). Dieser physische Zahlenvergleich ist auch als Zahlen-Größen-Interferenz-aufgabe bzw. numerische Stroop-Aufgabe bekannt. Der entsprechende Reakti-

Größenkongruenz-
effekt

onszeiteffekt (schnellere Bearbeitungszeit bei kongruenten oder neutralen relativ zu inkongruenten Zahlenpaaren) wird **Größenkongruenzeffekt** genannt. Er resultiert offenbar daraus, dass die numerische Größe automatisch aktiviert wird und mit der geforderten Entscheidung interferiert.

Zusammenfassung: Zahlen und Numerositäten werden in unterschiedlichen Codes (visuell–arabisch, analog, verbal) repräsentiert und verarbeitet. Diese Codes sind beim kompetenten Erwachsenen eng miteinander vernetzt und werden zumeist nahezu gleichzeitig aktiviert. Die Metapher des mentalen Zahlenstrahls besagt, dass die mentalen Repräsentationen von Zahlen und Mengen analog und räumlich (von links nach rechts) orientiert sind. Befunde zu Distanzeffekt und SNARC–Effekt unterstützen die Annahme der räumlichen Orientierung der Zahlen am mentalen Zahlenstrahl. Der Kompatibilitätseffekt zeigt, dass der Zugriff auf die semantische Größenrepräsentation bei zweistelligen Zahlen nicht holistisch erfolgt, sondern separat für die Einer und Zehner. Die Aktivierung der Numerosität ist hochautomatisiert: Beim physischen Zahlenvergleich kann die aufgabenirrelevante numerische Größe zu Interferenzeffekten führen.

2.3 Übungsaufgaben

Übungsaufgabe
2.3.1:

Übungsaufgabe 2.3.1:

Nennen Sie ein kompatibles und ein inkompatibles Zahlenpaar von zweistelligen Zahlen und erläutern Sie den Kompatibilitätseffekt.

Übungsaufgabe
2.3.2:

Übungsaufgabe 2.3.2:

Nennen Sie je ein Beispiel für ein kongruentes, ein inkongruentes und ein neutrales Item in der Zahlen–Größen–Interferenzaufgabe und erläutern Sie den Effekt dieser Bedingungen.

Übungsaufgabe
2.3.3:

Übungsaufgabe 2.3.3:

Benennen und erläutern Sie die zentralen Komponenten des Triple–Code–Modells.

Übungsaufgabe
2.3.4:

Übungsaufgabe 2.3.4:

Erläutern Sie die Metapher des mentalen Zahlenstrahls sowie experimentelle Effekte, die diese Metapher stützen.

Index

A

ADHS	31
algebraische Strukturen	61
analoge Größenrepräsentation	v, 4
Anschauungshilfen	v, 77
Anzahlkonzept	22
Anzahlrelationen	23
arabischen Subtyp	53
Arbeitsgedächtnis	v, 45
Arbeitsgedächtnismodell	v
Arithmetik	60
arithmetische Fakten	v, 18
arithmetische Kompetenzen	16
arithmetische Prozeduren	v

B

BADYS (Bamberger Dyskalkuliediagnostik)...	69
Bamberger Dyskalkuliediagnostik (BADYS)...	69
Basisdiagnostik Mathematik für die Klassen 4 – 8 (BASIS–MATH 4 – 8).....	63
BASIS–MATH 4–8 (Basisdiagnostik Mathematik für die Klassen 4 – 8)	63

D

defective approximate system hypothesis.....	41
defective number module hypothesis	41
Dekomposition	18
DEMAT (Deutsche Mathematiktests)	59
Deutsche Mathematiktests (DEMAT)	59
Diagnostisches Inventar zu Rechenfertigkeiten im Grundschulalter (DIRG).....	64
direktives Lernen	v
DIRG (Diagnostisches Inventar zu Rechenfertigkeiten im Grundschulalter).....	64
Distanzeffekt	v, 5, 36
Dortmunder Zahlbegriffstraining (ZBT).....	96
Dybuster Calcularis	91
Dyskalkulie.....	29
Dyskalkulie–Diagnostik	57
Dyskalkulie–Interventionsprogramme.....	89

E

Eggenberger Rechentests (ERT).....	61
Eins–zu–eins–Zuordnung	v, 11
Entdeckungen im Zahlenland	85
Enthaltensein	24
Epidemiologie	31
ERT (Eggenberger Rechentests).....	61
exekutive Funktionen	vi, 46, 52

F

Faktenabruf.....	18
Faktenwissen	37
Fertigkeitenansatz	75
FEZ (Förderprogramm zur entwicklung des Zahlbegriffs)	84
Fingeragnosie	vi
Fingerrechnen	17
Förderprogramm zur Entwicklung des Zahlbegriffs (FEZ)	84
Frühförderprogramme	81

G

Geometrie	60
Größenkongruenzeffekt	vi, 7, 36
Größenmaßbeziehungen	61
Grundrechenarten	70

H

Heidelberger Rechentest (HRT 1–4)	62
HRT 1–4 (Heidelberger Rechentest)	62

I

Inhibition	vi, 46
Instruktionsmethoden	75, 88
intermodale Zuordnung	10
Interventionsdesign.....	88
Interventionseffekte	87
Intransparenz	13
Inversion.....	13
investigative Ansatz.....	76
Irrelevanz der Abfolge.....	12
Irrelevanz des Zählinhalts.....	12

K	
Kalkulie.....	95
Kardinalität.....	vi, 24
Kardinalitätsprinzip.....	11
Kernsystem.....	9
Kettenrechner für dritte und vierte Klassen (KR 3–4).....	65
Klasseninklusion.....	24
Kognition.....	vi
kognitive Prozesse.....	vi
Komm mit ins Zahlenland.....	85
Komorbidität.....	vi
Kompatibilitätseffekt.....	vi, 7, 37
Kompetenzentwicklung.....	23
Konfidenzkriterium.....	19
konstruktivistisches Lernen.....	vi
konzeptuelle Ansatz.....	76
konzeptuelles Wissen.....	vi
KR 3–4 (Kettenrechner für dritte und vierte Klassen).....	65
L	
Langzeitgedächtnis.....	43
lineare Zahlenrepräsentation.....	vi
logarithmische Zahlenrepräsentation.....	vii
M	
Mächtigkeit.....	3
MARKO (Mathematik– und Rechenkonzepte).....	94
Mathematik– und Rechenkonzepte (MARKO).....	94
Mathematikdidaktik.....	75
Meister Cody – Talasia.....	90
Mengen, zählen, Zahlen.....	81
Mengenbegriff.....	vii
Mengenerfassung.....	70
Mengenvergleich.....	35, 36
Mengenverständnis.....	83
mentaler Zahlenstrahl.....	vii
Multiplikationsfakten.....	4
N	
NLD.....	55
non–symbolischer Mengengrößenvergleich.....	5
nonverbal learning disorder.....	55
number module account.....	11
Numerische Basisfertigkeiten.....	22
numerische Größe.....	3
Numerosität.....	vii
O	
Operandenfehler.....	vii
Ordinaler Zahlenstrahl.....	23
Ordinalität.....	vii, 10
Ordinalzahlen:.....	vii
Ordnungsstrukturen.....	61
P	
Phonologische Defizite.....	42
Prävalenz.....	31
präverbales Verständnis.....	9
Problemgrößeneffekt.....	vii, 6
Problemlösungsansatz.....	76
prozeduraler Subtyp.....	54
prozedurales Errechnen.....	18
prozessorientierte Diagnostik.....	73
R	
räumliche Aufmerksamkeit.....	52
räumlich–visuelle Funktionen.....	62
Raumvorstellungen.....	83
Rechenfertigkeiten– und Zahlenverarbeitungsdiagnostikum für die 2. bis 6. Klasse (RZD 2 – 6).....	71
Rechenleistung.....	20
Rechenoperationen.....	62
Rechenspiele mit Elfe und Mathis I und II.....	93
Rechenstrategie.....	19
Rechnen.....	83
RZD 2 – 6 (Rechenfertigkeiten– und Zahlenverarbeitungsdiagnostikum für die 2. bis 6. Klasse).....	71
S	
Sachrechnen.....	60
Schreibgeschwindigkeit.....	63
Schulleistungstest.....	57
Shifting.....	48
SNARC–Effekt.....	vii, 6
Spielend Mathe.....	83
sprachlicher Subtyp.....	53

stabile Abfolge	11
Stellenwertsystem.....	viii
Subitizing	viii, 35
Subtypen.....	50
symbolische Repräsentation	12
symbolischen Mengengrößenvergleich	5
Symptomatik	34

T

TEDI-MATH	67
Teilmengenverständnis.....	24
tiefgreifender Subtyp	53
Transkodieren.....	viii, 13, 36
two-systems account.....	11

U

Updating	47
----------------	----

V

verbal learning disorder	55
verbal-phonologische Zahlenform	4
verbal-semantischer Subtyp	54
verbal-symbolische Repräsentation	52
visuell-arabische Zahlenform.....	3
visuelle Simultanerfassung	35
visuell-räumliche Subtyp	54
VLD.....	55

W

Würzburger Vorschultest (WVT)	58
WVT (Würzburger Vorschultest)	58

Z

Zahlbegriff.....	24
Zahlendreher.....	36
Zahlengröße.....	viii
Zahlengrößenrepräsentation	viii
Zahlenmodul.....	41
Zahlenrennen	92
Zahlensemantik.....	viii, 4
Zahlenstrahl-Aufgabe	15
Zahlenstreifen.....	82
Zahlensyntax	13
Zahlentreppe.....	82
Zahlenverarbeitung.....	67
Zahlenverständnis.....	83
Zählfunktion	34
Zählrahmen.....	71
Zählzahl.....	23
ZAREKI-K	65
ZAREKI-R.....	65
ZBT (Dortmunder Zahlbegriffstraining).....	96
zentrale Exekutive	viii
Zerlegbarkeit	24
Zugriffs-Defizit.....	42
Zugriffsstörung	51
Zwei-Systeme-Sichtweise	41